第九章　欧洲数学文化发展概述

一、三次方程论的威尼斯之战

十六世纪的欧洲盛行这样一种数学竞赛：某甲因为认为某乙数学水平高，向其学习，或对其不服，想压倒他等等原因，就会向某乙提出挑战，如果某乙应战，就约好日期，公开举行竞赛。

公元 1535 年 2 月 22 日，威尼斯的一所大教堂里公开进行着一场数学竞赛，参加竞赛的一方是意大利波伦亚大学教授费罗的学生菲奥尔，另一方是塔塔里亚(Nicolo Tartaglia)。塔塔里亚(Nicolo Tartaglia)原名丰塔纳，是意大利著名的数学家、力学家、军事科学家。以发现三次方程的一般解法和始创弹道学而著称于世。塔塔里亚大约 1499 年或 1500 年出生于意大利北部的布雷西亚。

在 16 世纪的意大利，是一个分裂的国家。1494 年法国开始入侵。两国战争断断续续进行了六十多年。1512 年 2 月 19 日法军劫掠布雷西亚，为了避难，父亲将塔塔里亚背进教堂，本以为信天主教的法军不会在圣母玛利亚面前杀人，可谁曾想疯狂地法军进了教堂逢人便砍。等到塔塔里亚的母亲赶到时，父亲已经死了，而塔塔里亚也被砍伤了脸部，头部口舌多处受伤。伤愈后语言失灵，说起话来有些结巴，别人就给他起了一个绰号“塔塔里亚”，意大利语的意思就是“口吃者” 。早年丧父，家境贫寒的塔塔里亚并没有被贫苦的生活所吓倒，他在母亲的启蒙教育下自学成才。

在求解一元三次方程的努力中，最先有所突破的是费罗，他发现了缺二次项的三次方程 $x3+px=q$ 的解法，他将解法秘传给学生菲奥尔。1530 年前后，塔塔里亚求出了缺一次项的一元三次方程 $x3+mx2=n$ 的一般解法，得出正实根，也没有发表。

塔塔里亚和费罗发现了有关三次方程的解法都没有公开发表，其原因是当时的学术氛围促成对成果保密，以求在公开的数学竞赛中击败对手。塔塔里亚在 1534 年在威尼斯教学时，宣称已掌握了一元三次方程的解法。这一声明拉开了“三次方程论的威尼斯之战”的序幕。菲奥尔认为塔塔里亚因自学成才不会有这么大的能耐，要与塔塔里亚一比高低。于是双方协定于 1535 年 2 月 22 日，在米兰进行一场数学竞赛，双方各出 30 道题目给对方做，两小时内决出胜负。谁解的最多最快，谁就获胜。

塔塔里亚由于是自学成才所以赛前十分紧张。他明思苦想，在头脑里进行了三次方程的各种组合，终于在比赛前八天发现了一种新方法，这使他激动不已。于是利用这八天的时间反复熟悉自己的方法，并构造了 30 道只能用这一新方法才能解决的三次方程。

公开的数学竞赛如期举行。比赛当天，米兰市热闹非凡，人们都想看一看这场特殊的比赛到底谁是赢家。比赛正式开始，塔塔里亚胸有成竹，运笔如飞。而菲奥尔眉头紧簇，一筹莫展。塔塔里亚解出了菲奥尔给出的所有 30 道缺二次项的三次方程，而对塔塔里亚给出的 30 道缺一次项的方程菲奥尔却一个也没有解出来！这场竞赛丰塔纳大获全胜，从而名扬意大利。获胜后，塔塔里亚经过进一步探索，终于找到了三次方程的一般解法，他的解法一直保密不肯公布出来。

自此塔塔里亚享誉欧洲。前后到威尼斯、布雷西亚、维罗纳等地讲学。此时，欧洲有一位著名的医生叫卡丹(Girolamo Cardano 1501～1576)，他不但精通医术，还酷爱数学，而且研究过三次方程但一无所获。当他得知塔塔里亚已经很好的解决了这一问题时，就写信给塔塔里亚，央求把这个公式告诉他，企图与塔塔里亚分享这一成果。在卡尔达诺的再三要求，并诡称能推荐塔塔里亚任西班牙炮兵顾问，立誓永不泄密的前提下，于 1539 年 3 月 25 日获得了三次方程的解法，但未得到证明。

然而，卡丹并未遵守他的诺言。他在其 1545 年出版的《大术》一书中公布了三次方程的解法。并写到“在我的恳求下塔塔里亚把方法告诉了我，但没有给出证明。借助于此，我找到了若干证法，因其十分困难，现将其叙述如下……”。

卡丹的这一做法激怒了塔塔里亚，他在其著作《各式各样的问题与发明》一书中痛斥卡丹的失信行为，导致了一场争吵。不过《大术》一书并非完全抄袭之作，其中包含许多卡丹独特的创造。

塔塔里亚接着要求在米兰与卡丹进行一场比赛。1548 年 8 月 10 日比赛当天，卡丹自己避不出席，只派了他天才的门徒费拉里(Ludovico Ferrari1522～1565)出场。费拉里熟知三次方程的解法，并已发现了四次方程的巧妙解法。比赛中，塔塔里亚先以三次方程的迅速解法取得优势，而费拉里则指摘对方不能解出四次方程，塔塔里亚无法抵挡这位天才青年的进攻，终于象当年的菲奥尔一样惨败米兰。

在数学史上，由于卡丹最早发表了三次方程一般解法的公式，因而这一公式取名为卡尔达诺公式，塔塔里亚之名反而湮没无闻。

塔塔里亚最重要的著作是《数的度量通论》，这是当时初等数学的大全。此外他还翻译过欧几里得、阿基米德等人的著作。1537 年，在其最早的著作《新科学》中论述了火炮的射击，这是探索自由落体运动和弹道学的先驱工作。

二、费拉里发现的一元四次方程的解法

卡丹在《大术》一书中也详细介绍了这个被称为“斐拉里方法”的解法。

和三次方程中的做法一样，可以用一个坐标平移来消去四次方程一般形式中的三次项。所以只要考虑下面形式的一元四次方程：

$$x^4=px^2+qx+r$$

关键在于要利用参数把等式的两边配成完全平方形式。考虑一个参数 a，我们有

$$(x^2+a)^2 = (p+2a)x^2+qx+r+a^2$$

等式右边是完全平方式当且仅当它的判别式为 0，即

$$q^2 = 4(p+2a)(r+a^2)$$

这是一个关于 a 的三次方程，利用上面一元三次方程的解法，我们可以解出参数 a。这样原方程两边都是完全平方式，开方后就是一个关于 x 的一元二次方程，于是就可以解出原方程的根 x。

具体解法如下：

$$x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$$

$$\left(x^2+\frac{a}{2}x+\lambda\right)^2=x^2\left(\frac{a^2}{4}+2\lambda-b\right)+x(a\lambda-c)+\left(\lambda^2-d\right)$$

右边是完全平方，$\Delta=(a\lambda-c)^2-\left(a^2+8\lambda-4b\right)\left(\lambda^2-d\right)=0$

原方程将变为三次方程，设一解为λ_0

$$\left(x^2+\frac{a}{2}x+\lambda_0\right)^2=(\alpha x+\beta)^2$$

$$x^2+\frac{a}{2}x+\lambda_0=\alpha x+\beta$$

$$x^2+\frac{a}{2}x+\lambda_0=-(\alpha x+\beta)$$

解一元二次方程即得。

三、伟大的韦达

韦达，F．(Viète，Francois)1540 年生于法国普瓦图地区，1603 年 12 月 13 日卒于巴黎。

韦达是法国 16 世纪最有影响的数学家．他早年学习法律，曾以律师身份在法国议会里工作，韦达不是专职数学爱，但他非常喜欢在政治生涯的间隙和工作余暇研究数学，并做出了很多重要贡献。

韦达在数学上的研究领域主要包括方程理论、符号代数、三角学及几何学等，在每一个领域他都做了一些有意义的工作。

韦达为弘扬丢番图的代数思想观念作出了重要贡献。韦达在他政治生涯的间歇时研读了古希腊的经典著作，尤其是丢番图的《算术》、帕普斯的《数学汇编》。他还精通卡丹、泰塔格利亚、蓬贝利等人的著作及其思想观念，决意要复兴古希腊丢番图的代数学。于是，他自己出资印刷和发行自己的著作，在他的著作中提出了代数思想观念和符号代数两项重要的主张。由于他的论著内容深奥，言辞艰涩，故其理论当时并没有产生很大影响．直到 1646 年，由荷兰数学家 F．van 斯霍滕(Schooten)在莱顿出版了韦达全部著作的文集，才使他的理论渐渐流传开来，得到后人的承认和赞赏．

韦达是第一个有意识地和系统地使用字母表示数的人，并且对数学符号进行了很多改进。他在 1591 年所写的《分析术引论》是最早的符号代数著作。该书中首先确立“分析法”、“综合法”，建立求解方程式或比例式的法则。韦达极力主张，发展古希腊在几何和代数两方面的见解，建立一种统一的、普遍的解题理论，建立求解方程式或比例式的法则；其次，改进“符号代数”取代“缩写代数”，建立“类”的相关理论。由于他确定了符号代数的原

理与方法，使当时的代数学系统化并且把代数学作为解析的方法使用。因此，他获得了“代数学之父”之称。他还写下了《数学典则》（1579 年）、《应用于三角形的数学定律》（1579 年）等不少数学论著。

韦达在三角学方面也有许多创造性的工作。1579 年出版的《应用于三角学的数学定律》是韦达最早的数学著作之一，也是早期系统论述三角学的著作之一。书中给出了许多三角函数表和造表方法，韦达自己发现或补充的公式包括我们现在代数课本中出现的和差化积公式：

$$\sin A \pm \sin B = 2\sin(A \pm B)/2 \cdot \cos(A+B)/2$$

韦达的著作，以独特形式包含了文艺复兴时期的全部数学内容。只可惜韦达著作的文字比较晦涩难懂，在当时不能得到广泛传播。在他逝世后，才由别人汇集整理并编成《韦达文集》于 1646 年出版。

尽管韦达的方程理论仍然存在着许多不足，比如他不承认方程负根的存在等，但他所取得的数学成就对后来的数学家有着深远的影响，他的名言：“没有不能解决的问题”永远激励着人们奋发向上，向更高的山峰攀登，去探索未知的数学世界。

四、“生兔子问题”——斐波那契数列的由来

斐波那契（Fibonacci，约 1170－约 1250），十三世纪意大利著名的数学家，生于比萨，早年随父经商，到北非布日伊受教育，从一位阿拉伯教师学习计算，掌握了印度数码这一新的记数体系，后游历到埃及、叙利亚、希腊、西西里、法国等地，掌握了不同国家和地区商业的算术体系。1200 年左右回比萨，潜心研究，于 1202 年写成名著《算盘书》。该书广为流传，为印度-阿拉伯数码在欧洲流传起了重要作用。

斐波那契被誉为点燃西方文艺复兴的第一个伟大的数学家，使西方数学开始了一个新时期。除了《算盘书》外，他的其他著作有《几何实用》（1220），《平方数书》（1225），专论二次丢番图方程，也包括个别三次方程的求解，是当时数论的名作。

《算盘书》在 1228 年的修订本中增加了脍炙人口的“生兔子问题”也称斐波那契数列：“一对小兔子（雌雄各一），过一个月就成长为一对大兔子，大兔子又过一个月就要生出一对雌雄各一的小兔子，小兔子过一个月又长成一对大兔子，大兔子每过一个月都要生出一对雌雄各一的小兔子，若照此生下去，且无死亡，问一年后应有多少对兔子？

这是一个算术问题，但是用变通的算术公式是难以计算的，为了寻求兔子繁殖的规律。

写出自 1 月到第 12 月的情形，可有下表：

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
小兔子数目	1	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55
大兔子数目	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89
总数	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

后人为纪念兔子繁殖问题的斐波那契，将这个数列$\{F_n\}$称为斐波那契数列，斐波那契数列的各项，满足 $F_0=F_1=1$，$F_n=F_{n-1}+F_{n-2}(n\geqslant 2)$。这个数列的每一项都叫斐波那契数。可设$F_1=1$，$F_2=1$，按照上述递推关系式，不难算出$F_{12}=144$，也即满一年时，一对刚出生的兔子便变成 144 对兔子。当然，这只是假想的情况。如果真的是以这样的速度繁殖的话，世界将是不堪设想的！